COURS DE THERMIQUE

Ecole d'Ingénieurs de Genève

Séance N°5

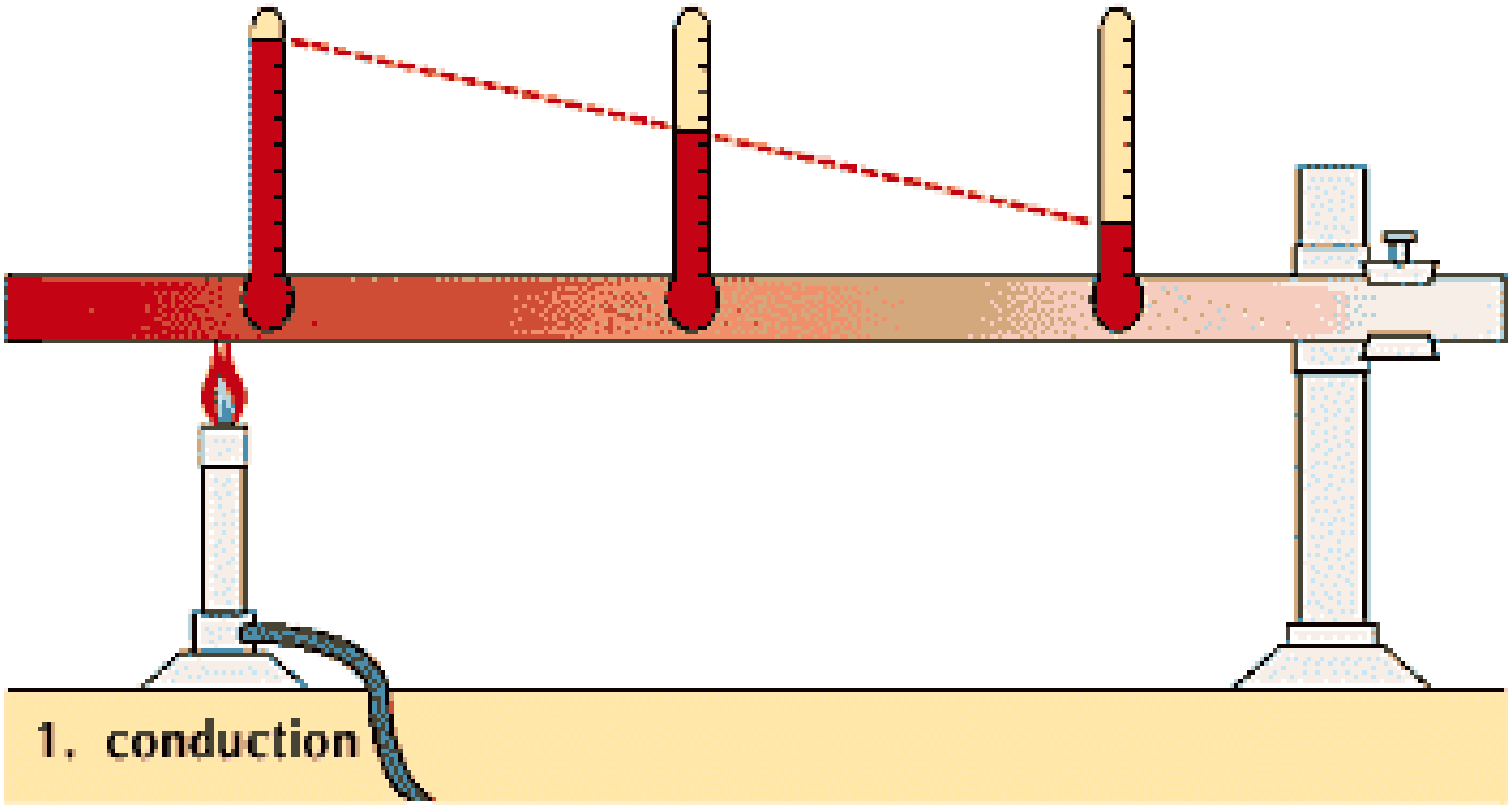
Jean-Bernard Michel
michel@eig.unige.ch

Groupe de compétences en mécanique des fluides et procédés énergétiques

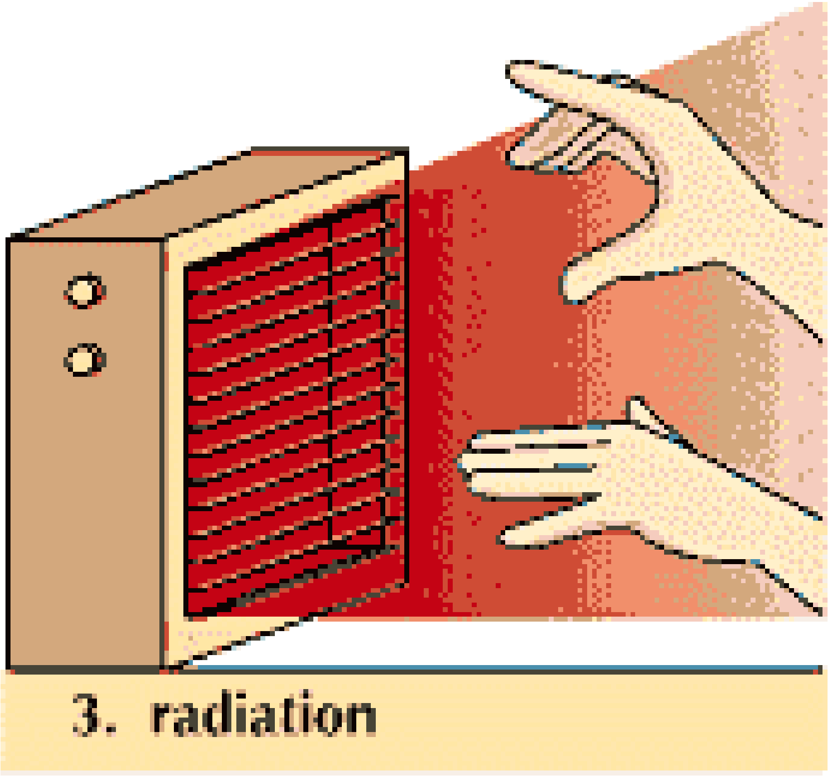
7 séances

- 1 - Introduction et Généralités
- 2 - La conduction thermique
- 3 - L'équation de la chaleur
- 4 - Le rayonnement thermique
- $\boxed{\text{5 - La convection thermique}}$
- 6 - Les échangeurs de chaleur
- 7 - Petite Classe d'application

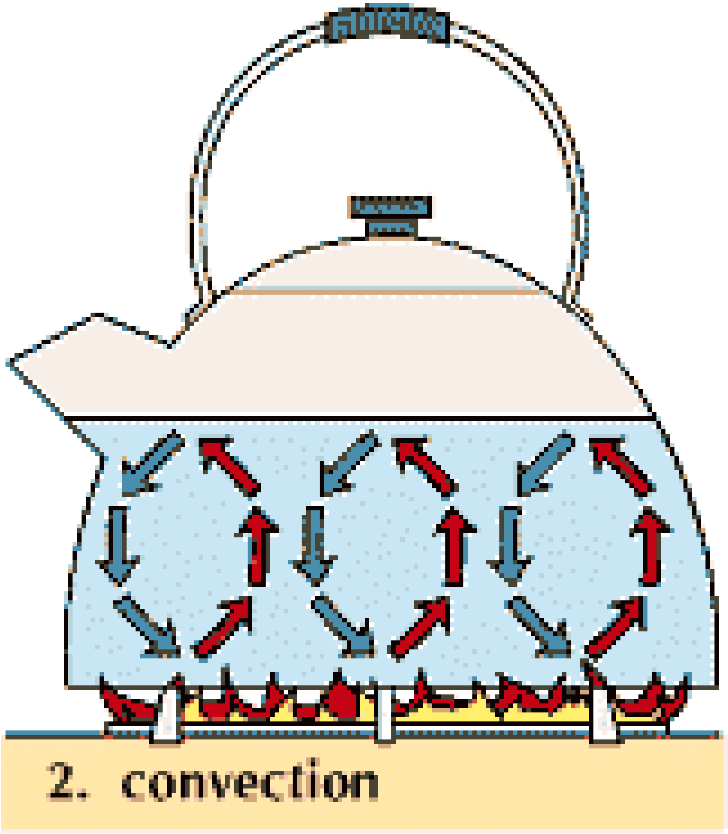
Transfert par conduction



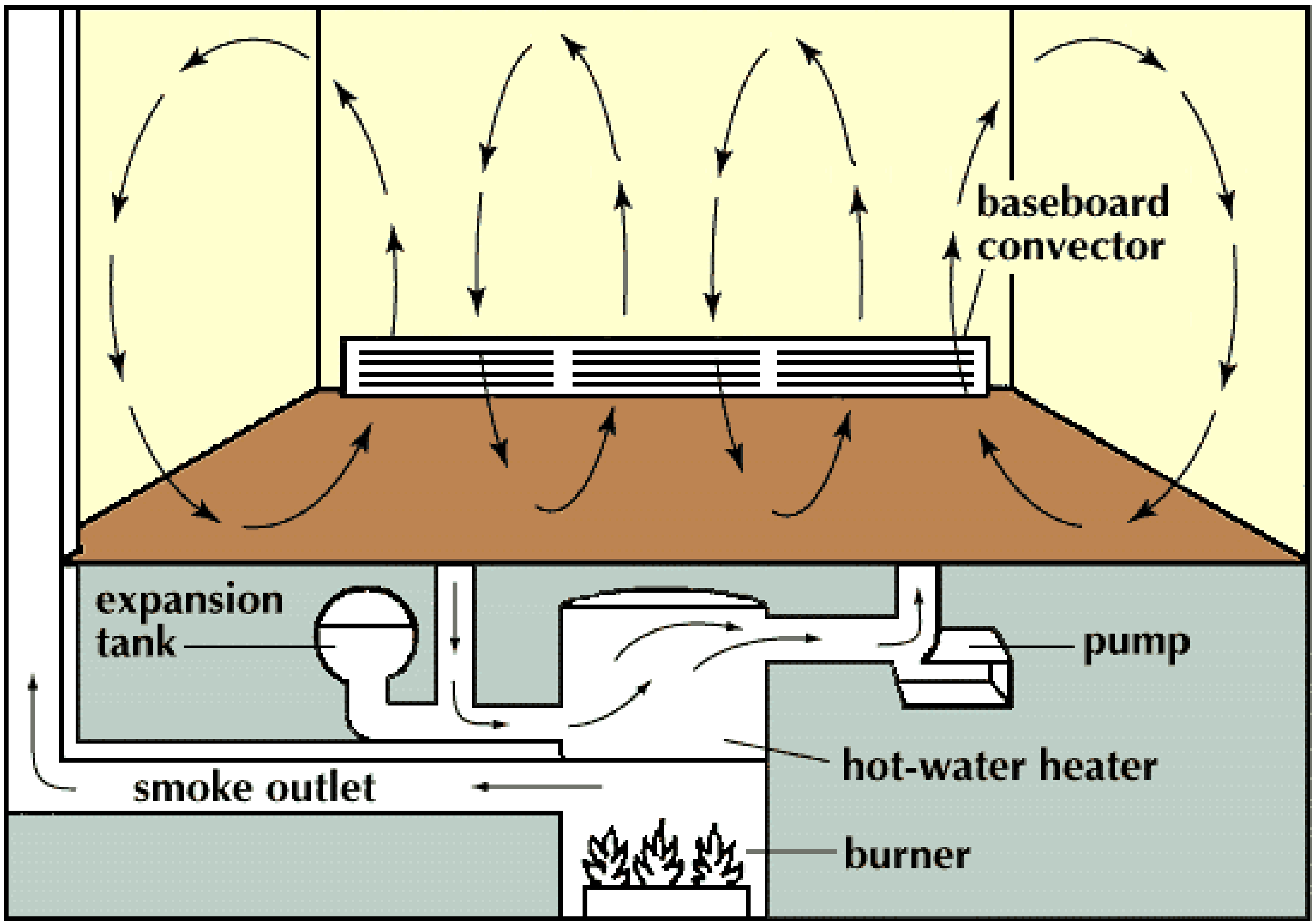
Transfert radiatif



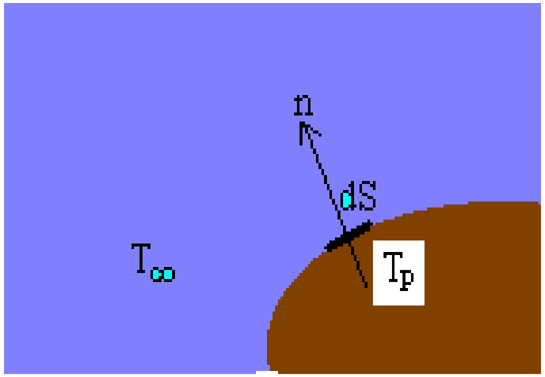
Transfert convectif



Chauffage par convection



Coefficient d'échange de chaleur par convection



d^2Q : Quantité de chaleur qui traverse dS pendant le temps dt, en Joules

$\boxed{\frac{d}{dt}(dQ)}$ Flux de chaleur, en Watt

$$\boxed{d^2Q = h\left(T_p - T_\infty\right)dS\,dt}$$

en W/(m².K)

Détermination du coefficient h

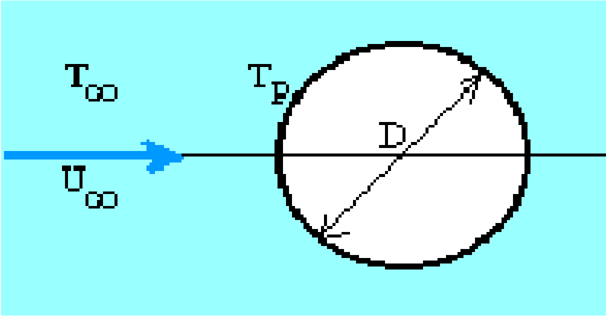
h dépend:

- de la conduction entre les particules de fluide
- du mélange de ces particules par suite du mouvement d'ensemble du fluide
- l'échange de chaleur peut être accompagné d'un changement de phase

Différents échanges convectifs

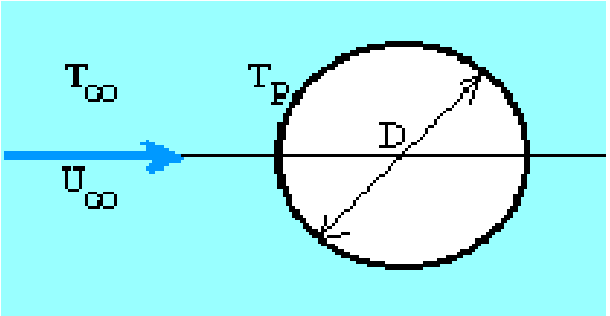
- échange thermique monophasique en convection forcée
- échange thermique monophasique en convection naturelle
- échange thermique accompagné d'ébullition
- échange thermique accompagné de condensation

Convection forcée sans changement d'état



Le problème consiste à préciser l'expression du flux thermique Φ échangé entre le fluide extérieur à la température T_∞ et une longueur unité de la surface du tuyau à la température T_p

Flux thermique transféré par l'écoulement autour d'un tube



$$\Phi = h\left(T_p - T_\infty\right)\pi D$$

Flux transféré, en Watt

en W/(m².K)

Ecart de température entre paroi extérieure et fluide à l'infini, en K

Surface d'échange par m de tuyau, en m^2

8 Grandeurs physiques et 4 dimensions: M, L, T et θ

Grandeurs	***Symbole***	***Unité S.I.***	***Équation aux dimensions***
Diamètre du tuyau	D	m	L
Vitesse du fluide	U_∞	m/s	LT^{-1}
Masse volumique du fluide	ρ	kg/m³	ML^{-3}
Viscosité dynamique du fluide [4]	μ	kg/(m.s)	$ML^{-1}T^{-1}$
Conductivité thermique du fluide [5]	λ	W/(m.K)	$MLT^{-3}\theta^{-1}$
Capacité thermique massique du fluide [6]	C	J/(kg.K)	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$
Coefficient d'échange convectif	h	W/(m².K)	$MT^{-3}\theta^{-1}$
Écart de température	$T_p - T_\infty$	K	θ

Analyse dimensionnelle

Le théorème de VASCHY-BUCKINGHAM permet de prévoir que la forme la plus générale de la loi physique décrivant le phénomène étudié s'écrira:

$$\boxed{F(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4) = 0}$$

où les π_i sont des groupements sans dimension de la forme:

$$\boxed{\pi = D^a \lambda^b U_\infty^c \rho^d \mu^e C^f h^g \left(T_p - T_\infty\right)^i}$$

Equations aux dimensions des 8 grandeurs

	D	U_∞	ρ	μ	λ	**C**	**h**	$T_p - T_\infty$
L, Longueur	1	1	-3	-1	1	2	0	0
M, Masse	0	0	1	1	1	0	1	0
T, Temps	0	-1	0	-1	-3	-2	-3	0
θ, **température**	0	0	0	0	-1	-1	-1	1

Dimension d'un groupement p

Définition d'un groupement π

$$\pi = D^a \lambda^b U_\infty^c \rho^d \mu^e C^f h^g \left(T_p - T_\infty\right)^i$$

où

a, b, c, d, e, f, g, i

sont 8 paramètres inconnus

$$\pi = D^a \lambda^b U_\infty^c \rho^d \mu^e C^f h^g \left(T_p - T_\infty\right)^i$$

	D	**U_∞**	**ρ**	**μ**	**λ**	**C**	**h**	**T_p-T_∞**
L, Longueur	1	1	-3	-1	1	2	0	0
M, Masse	0	0	1	1	1	0	1	0
T, Temps	0	-1	0	-1	-3	-2	-3	0
θ, température	0	0	0	0	-1	-1	-1	1

contribution de la Masse à la dimension du groupement π

rien	rien	d	e	b	rien	g	rien

soit: $\boxed{b + d + e + g = 0}$

$$\pi = D^a \lambda^b U_\infty^c \rho^d \mu^e C^f h^g \left(T_p - T_\infty\right)^i$$

	D	U_∞	ρ	μ	λ	C	h	T_p-T_∞
L, Longueur	1	1	-3	-1	1	2	0	0
M, Masse	0	0	1	1	1	0	1	0
T, Temps	0	-1	0	-1	-3	-2	-3	0
θ, température	0	0	0	0	-1	-1	-1	1
contribution de la Longueur à la dimension du groupement π	a	c	-3d	-e	b	2f	rien	rien

soit: $\boxed{a + b + c - 3d - e + 2f = 0}$

$$\pi = D^{a}\,\lambda^{b}\,U_{\infty}^{c}\,\rho^{d}\,\mu^{e}\,C^{f}\,h^{g}\left(T_{p} - T_{\infty}\right)^{i}$$

	D	U_{∞}	ρ	μ	λ	C	h	$T_p - T_{\infty}$
L, Longueur	1	1	-3	-1	1	2	0	0
M, Masse	0	0	1	1	1	0	1	0
T, Temps	0	-1	0	-1	-3	-2	-3	0
θ, température	0	0	0	0	-1	-1	-1	1
contribution du Temps à la dimension du groupement π	rien	-c	rien	-e	-3b	-2f	g	rien

soit: $\boxed{-3b - c - e - 2f - 3g = 0}$

$$\pi = D^a \lambda^b U_\infty^c \rho^d \mu^e C^f h^g \left(T_p - T_\infty\right)^i$$

	D	U_∞	ρ	μ	λ	C	h	T_p-T_∞
L, Longueur	1	1	-3	-1	1	2	0	0
M, Masse	0	0	1	1	1	0	1	0
T, Temps	0	-1	0	-1	-3	-2	-3	0
θ, température	0	0	0	0	-1	-1	-1	1
contribution de la Température à la dimension du groupement π	rien	rien	rien	rien	-b	-f	-g	i

soit: $\boxed{- b - f - g + i = 0}$

Dimension d'un groupement p

$$[\pi] = [M]^{b+d+e+g}\,[L]^{a+b+c-3d-e+2f}\,[T]^{-3b-c-e-2f-3g}\,[\theta]^{-b-f-g+i}$$

Chacun de ces termes en exposant doit être nul

Groupements p sans dimension

$$b + d + e + g = 0$$

$$a + b + c - 3d - e + 2f = 0$$

$$-3b - c - e - 2f - 3g = 0$$

$$-b - f - g + i = 0$$

4 conditions pour que qu'un π soit adimensionnel

mais 8 paramètres inconnus !

$$\pi = D^a \lambda^b U_\infty^c \rho^d \mu^e C^f h^g \left(T_p - T_\infty\right)^i$$

4 des 8 paramètres peuvent être choisis de manière arbitraire

$g = 1$ ⇒ Pour obtenir une loi de la forme $h = f(\ldots)$

$c = d = 0$ ⇒ Le groupement π trouvé ne dépendra pas de l'énergie cinétique du fluide ρU^2

$i = 0$ ⇒ Le groupement π trouvé ne dépendra pas de l'écart de température $T_p - T_\infty$

Résolution du système déterminant le premier groupement adimensionnel p

Avec $g = 1$ et $c = d = i = 0$

$$b + d + e + g = 0$$

$$a + b + c - 3d - e + 2f = 0$$

$$-3b - c - e - 2f - 3g = 0$$

$$-b - f - g + i = 0$$

$$b + e = -1$$

$$a + b + 2f - e = 0$$

$$-3b - e - 2f = 3$$

$$-b - f = 1$$

$$\mathbf{a = 1 \quad b = -1 \quad e = 0 \quad f = 0}$$

Nombre de Nusselt Nu

$$\pi = D^a \lambda^b U_\infty^c \rho^d \mu^e C^f h^g \left(T_p - T_\infty\right)^i$$

Avec : $g = 1$ **et :** $c = d = i = 0$

$a = 1$ $b = -1$ $e = 0$ $f = 0$

$$\pi_1 = N_u = \frac{h\,D}{\lambda}$$

Signification du Nombre de Nusselt Nu

N_u = Coefficient de convection h mis sous forme adimensionnelle

$$F_{convecté} = h\,(T_p - T_\infty)\,(DL)$$

Flux de référence = flux de conduction = $\lambda\,(DL)\,[(T_p - T_\infty)/D]$

$$N_u = \frac{F_{convecté}}{\text{Flux de référence}} = \frac{h\,(T_p - T_\infty)\,(DL)}{\lambda\,(DL)\,[(T_p - T_\infty)/D]}$$

$$= \frac{h\,D}{\lambda}$$

$$\pi = D^{a}\,\lambda^{b}\,U_{\infty}^{c}\,\rho^{d}\,\mu^{e}\,C^{f}\,h^{g}\left(T_{p} - T_{\infty}\right)^{i}$$

4 des 8 paramètres peuvent être choisis de manière arbitraire

$b = 0$

$f = 0$

$g = 0$

$i = 0$

de manière à ne conserver que les caractéristiques de l'interaction fluide-obstacle créant le transfert de chaleur:

ω celles du fluide: ρ , μ

ω celles de l'écoulement: $\mathbf{U_{\infty}}$ **, D**

$$\pi = D^{a}\,\lambda^{b}\,U_{\infty}^{c}\,\rho^{d}\,\mu^{e}\,C^{f}\,h^{g}\left(T_{p} - T_{\infty}\right)^{i}$$

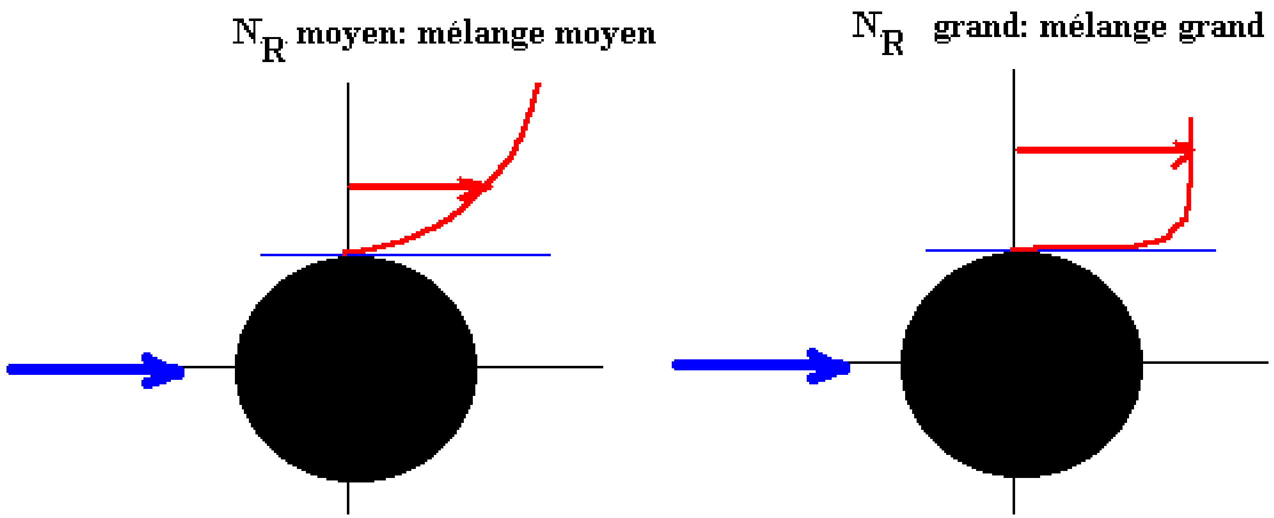
Avec :

b = f = g = i = 0

$$\pi_2 = R_e = \frac{\rho U_{\infty} D}{\mu}$$

$$R_e = \frac{\textbf{Forces d'inertie}}{\textbf{Forces de viscosité}} = \frac{\rho\, U_\infty\, D}{\mu}$$

Re caractérise la forme du profil de vitesse de l'écoulement fluide



$$\pi = D^a \lambda^b U_\infty^c \rho^d \mu^e C^f h^g \left(T_p - T_\infty\right)^i$$

4 des 8 paramètres peuvent être choisis de manière arbitraire

$a = 0$

$c = 0$

$g = 0$

$i = 0$

$\Rightarrow$ de manière à ne conserver que les caractéristiques du fluide:

ρ, μ, λ, **C**

Nombre de Prandtl Pr

$$\pi = D^{a}\,\lambda^{b}\,U_{\infty}^{c}\,\rho^{d}\,\mu^{e}\,C^{f}\,h^{g}\left(T_{p} - T_{\infty}\right)^{i}$$

Avec :

$$\mathbf{a = c = g = i = 0}$$

$$\pi_{3} = P_{r} = \frac{\mu\,C}{\lambda}$$

Signification du Nombre de Prandtl Pr

$$P_r = \frac{\textbf{Viscosité dynamique}}{\textbf{Diffusivité thermique}} = \frac{\mu / \rho}{\lambda / \rho C} = \frac{\mu\, C}{\lambda}$$

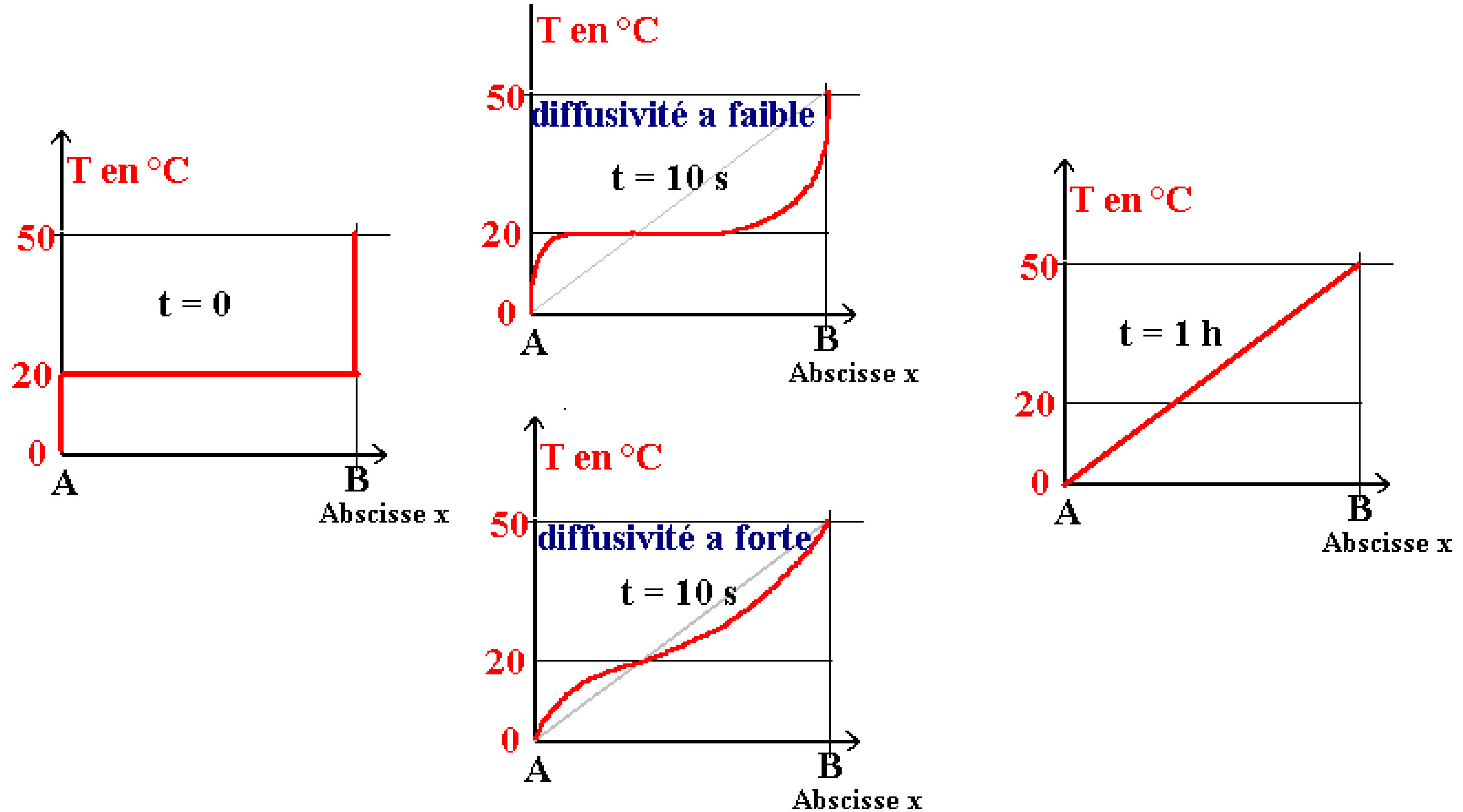
Pr compare les influences respectives:

- *du profil de vitesse du fluide (viscosité)*
- *du profil de température (diffusivité)*

Pour les gaz usuels, Pr est voisin de 0.75

Influence de la diffusivité thermique a

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t}$$ avec $$a = \frac{\lambda}{\rho c}$$ → dT proportionnel à a



Conclusion de l'analyse dimensionnelle

Le transfert de chaleur convectif implique une relation entre 4 nombres sans dimension $\Rightarrow$ $F(\pi_1 , \pi_2 , \pi_3 , \pi_4) = 0$

$$F\,(N_u , R_e , P_r , E_c) = 0$$

$$N_u = \frac{h\,D}{\lambda}$$

$$R_e = \frac{\rho U_\infty D}{\mu}$$

$$P_r = \frac{\mu\, C}{\lambda}$$

Le quatrième groupement adimensionnel possible est le Nombre d'Eckert.

Il n'intervient que dans la description d'écoulements proches de la vitesse du son.

Nombres dérivés

- Nombre de Peclet: papport des flux thermiques par convection et par conduction

$$Pe = \mathrm{Re}.\mathrm{Pr} = \frac{\rho.U.D}{\mu}.\frac{\mu.C_p}{\lambda}$$

$$Pe = \frac{U.D}{a}$$

$$\text{avec a, diffusivité thermique} = \frac{\lambda}{\rho.\mathrm{C_p}}$$

- Il existe aussi les nombres de Stanton , Grashof, Froude, Weber, Rayleigh

Loi de la convection forcée

$$F\,(N_u\,,\,R_e\,,\,P_r) = 0$$

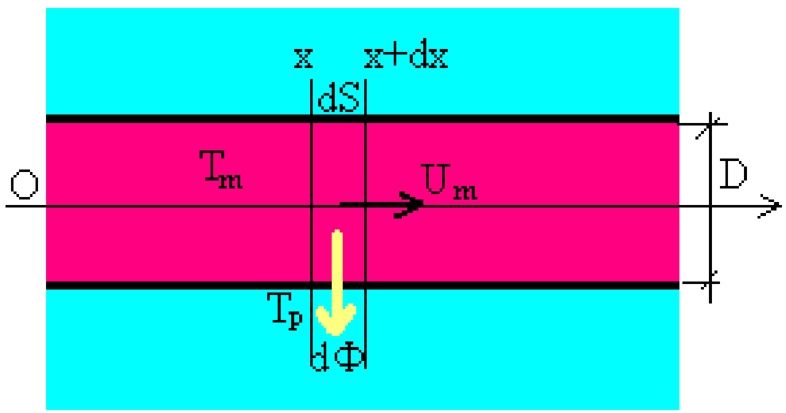
ou

$$N_u = f\,(R_e\,,\,P_r)$$

$$\frac{hD}{\lambda} = f\left(\frac{\rho U_\infty D}{\mu}, \frac{\mu C}{\lambda}\right)$$

Écoulement dans un tube

- Régime permanent dans une conduite cylindrique circulaire de diamètre intérieur D.
- Flux de chaleur dΦ échangé à travers l'aire latérale de paroi dS comprise entre les abscisses x et x + dx:



$$d\Phi = h\left(T_m - T_p\right)\pi \ D\,dx$$

Coefficient d’échange en régime turbulent

- Pour les nombres de Reynolds : $10^4 < Re < 1{,}2.10^5$
- Formule de Colburn – corrélation expérimentale:

$$N_u = 0.023\, P_r^{1/3}\, R_e^{0,8}$$

Conditions d’application:

- Le régime d’écoulement doit être parfaitement établi x/D > 60

- 0,7 < Pr < 100.

Régime turbulent non établi

- $x/D < 60$

$$N_u = 0.023\, P_r^{1/3}\; R_e^{0.8} \left[1 + \left(\frac{D}{x} \right)^{0.7} \right]$$

Régime laminaire

- Re < 2000,
- corrélations expérimentales de Lévêque, avec:

$$A = \frac{1}{R_e\, P_r}\,\frac{x}{D} = \frac{V.D}{\alpha}$$

$$\text{avec}\ \alpha = \frac{\lambda}{\rho.C_p}$$

$$N_u = 3.66 \qquad \text{pour}\ \ A > 0.05$$

$$N_u = 1.06\, A^{-0.4} \quad \text{pour}\ \ A < 0.05$$

Exemple d'application

- Tuyau de diamètre D = 20 mm
- Débit Q = 0,5 l/s d'eau à 50°C.
- Déterminer le flux thermique transmis par convection du fluide vers la paroi, par mètre linéaire de conduite, dans le cadre des hypothèses suivantes:
  - Température d'entrée de l'eau constante;
  - Paroi du tube assez mince - on néglige la conduction;
  - Température extérieure = 15°C;
  - Ecoulement parfaitement établi
- Propriétés physiques de l'eau:
  - Masse volumique à 50°C: ρ = 988 kg/m3
  - Viscosité dynamique à 50°C: μ = 0.55.10-3 Pa.s
  - Conductivité thermique à 50°C: λ = 0.639 W/(m.°C)
  - Capacité thermique massique à 50°C: Cp = 4'184 J/(kg.°C)

Résolution d'un problème de convection forcée

1 une géométrie

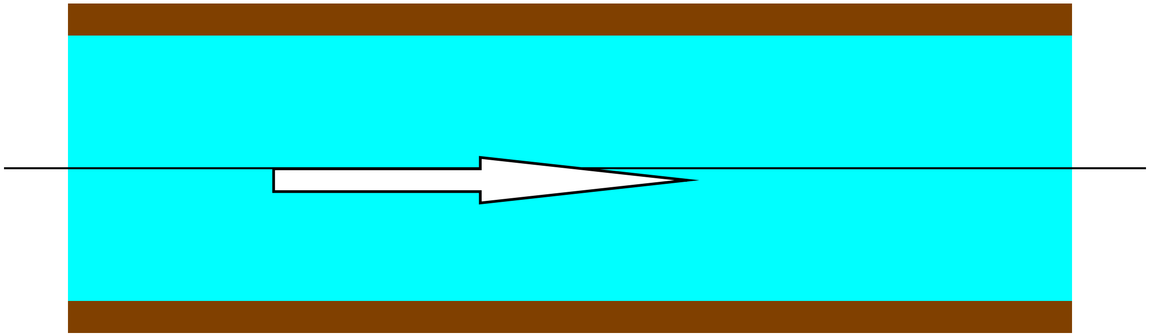
2 une dimension caractéristique L

3 L'écart $T_p - T_\infty$ entre paroi et fluide

4 La vitesse U_∞ du fluide

5 ρ , μ, C et λ du fluide

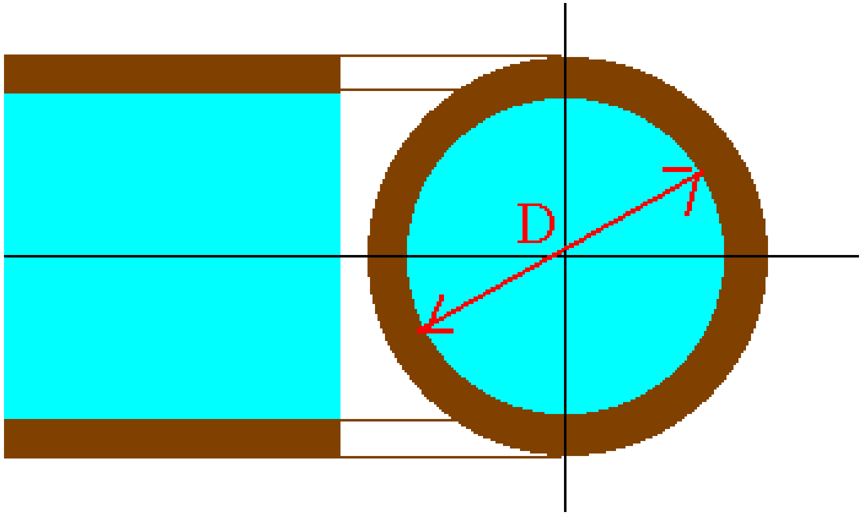
1 une géométrie



Exemple:

Un tuyau à section circulaire transportant de l'eau chaude.

2 une dimension caractéristique L

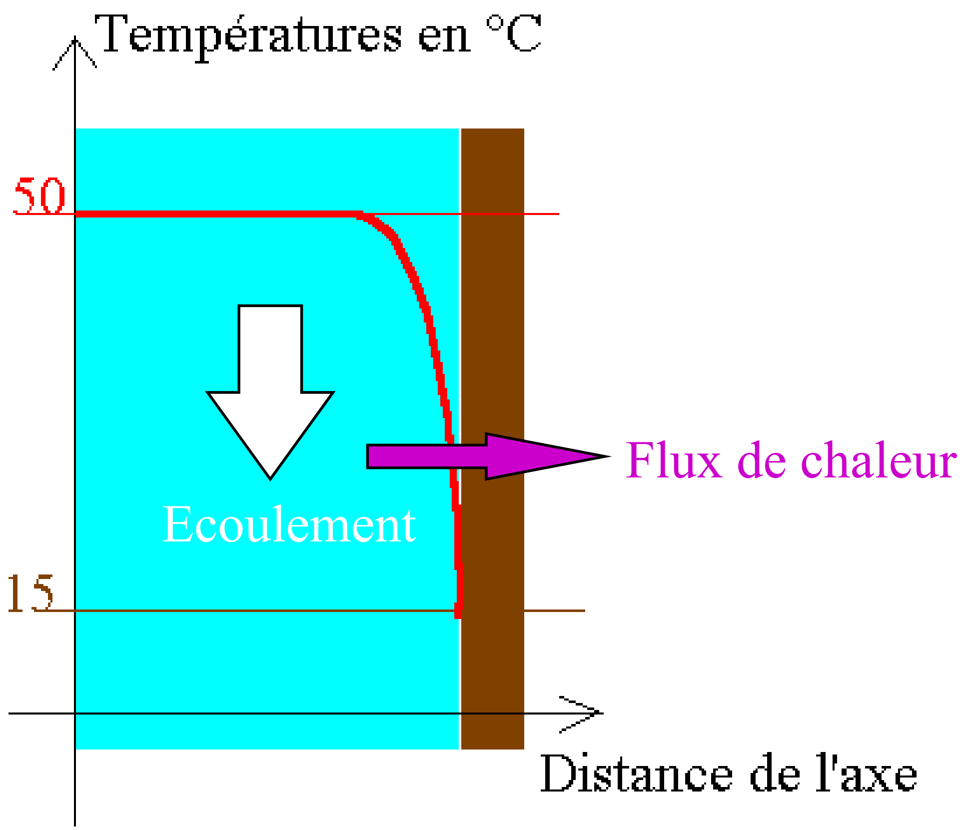


Exemple:

un tuyau de diamètre

$D = 20\ mm$

3 L'écart T_p - T_∞ entre paroi et fluide



Exemple:

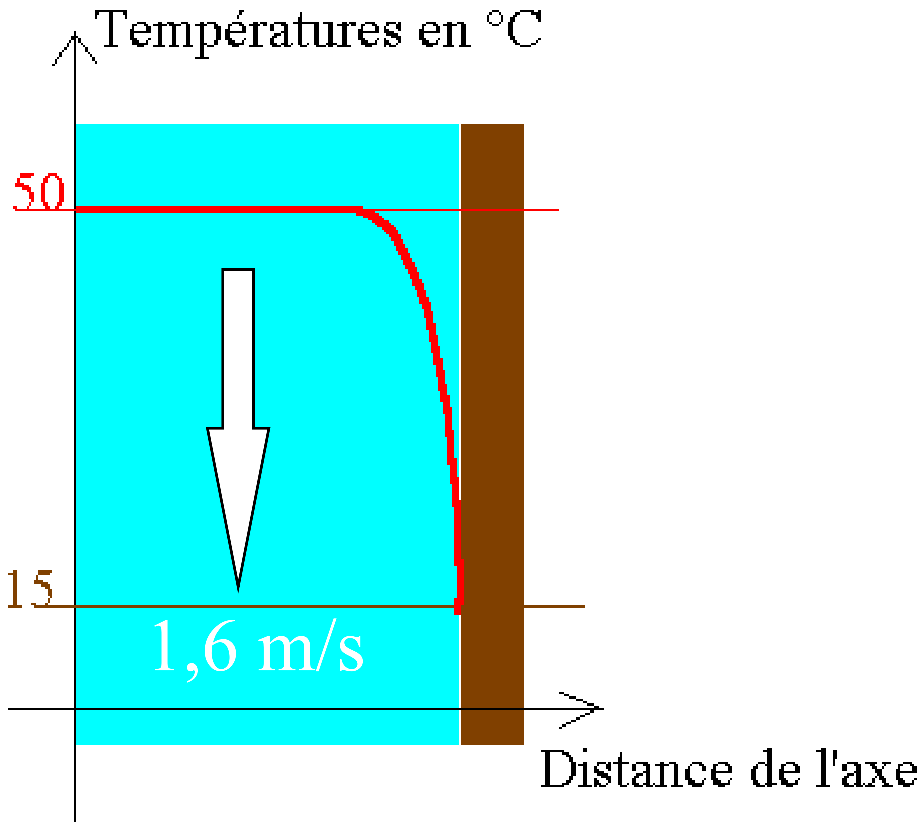
Le tuyau transporte de l'eau à la température moyenne:

$T_m = 50\ °C$

alors que la paroi est à la température:

$T_p = 15\ °C$

4 La vitesse U_∞ du fluide



Exemple:

Le tuyau transporte un débit:

Q = 0,5 l/s

La vitesse moyenne de l'écoulement est alors:

Um = Q/S = 1,6 m/s

5 ρ , μ, C et λ du fluide

Pour de l'eau:

Masse volumique à 50°C:	$\rho = 988$ kg/m3
Viscosité dynamique à 50°C:	$\mu = 0.55.10^{-3}$ Pa.s
Conductivité thermique à 50°C:	$\lambda = 0.639$ W/(m.°C)
Capacité thermique massique à 50°C:	$C = 4184$ J/(kg.°C)

$$\boxed{\frac{hD}{\lambda} = f\left(\frac{\rho U_\infty D}{\mu}, \frac{\mu C}{\lambda} \right)}$$

4

h

3

2

1

1 - Calcul du Nombre de Prandtl du fluide

$$P_r = \frac{\mu\,C}{\lambda} = \frac{0.55.10^{-3} \times 4184}{0.639} = 3.60$$

2 - Calcul du Nombre de Reynolds du fluide

$$R_e = \frac{\rho\, U_m D}{\mu} = \frac{988 \times 1.59 \times 0.02}{0.55.10^{-3}} = 57124$$

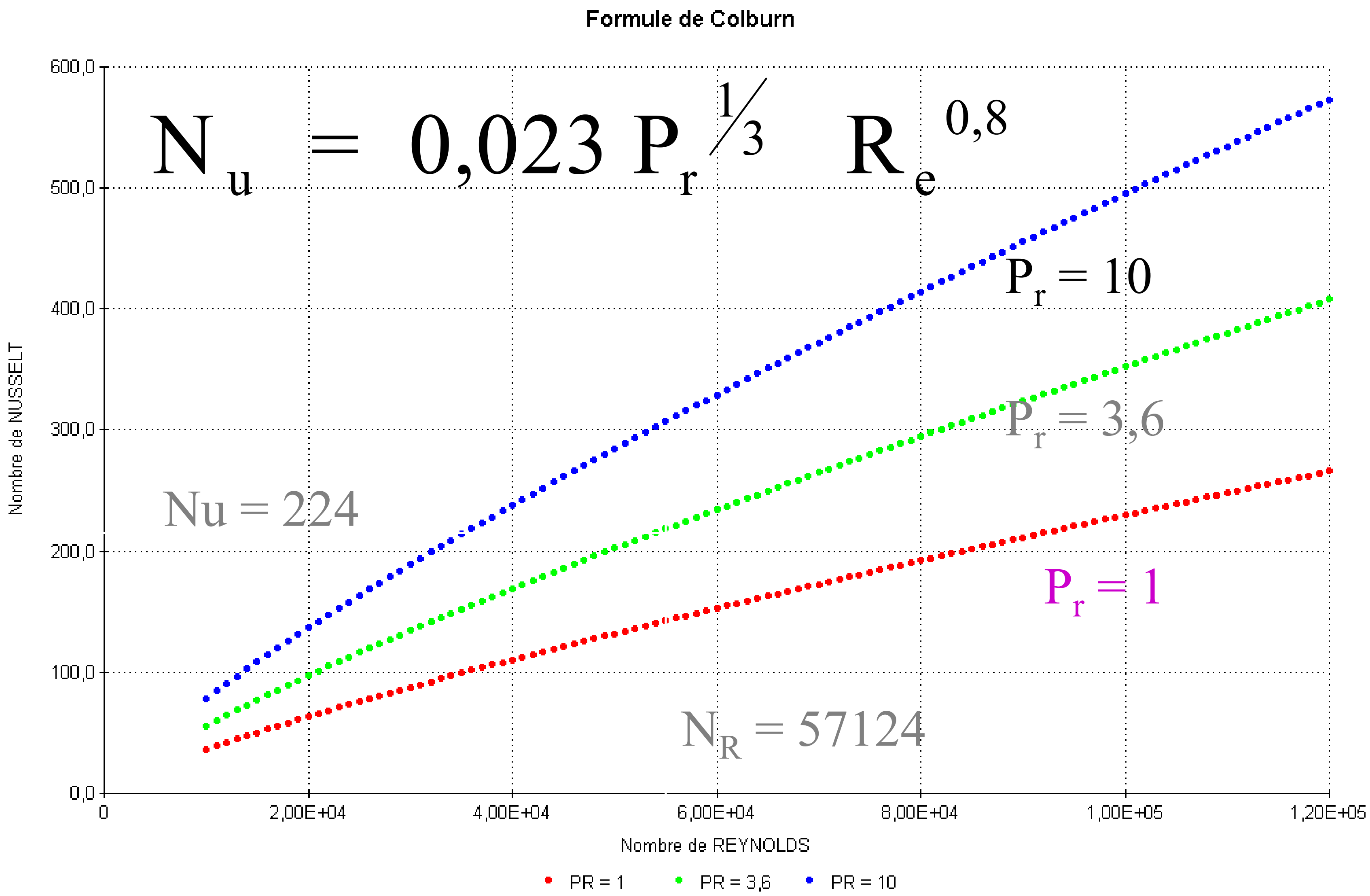
Pour: $10^4 < R_e < 1.2 \times 10^5$

et: $0,7 < Pr < 100$

on applique la corrélation de COLBURN:

$$\boxed{N_u = 0.023\, P_r^{1/3}\; R_e^{0,8}}$$

Calcul du Nombre de Nusselt (Formule de Colburn)



4 - Calcul de h

$$N_u = 224 = \frac{h\,D}{\lambda}$$

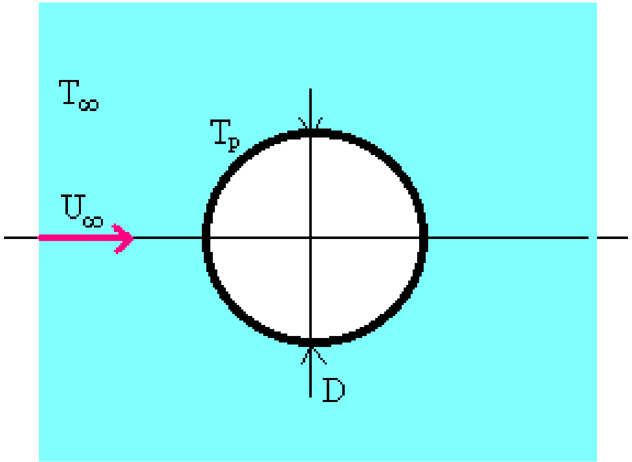
$$h = \frac{\lambda \; N_u}{D} = \frac{0.639 \times 224}{0.02} = 7156 \text{ W/(m}^2\text{.°C)}$$

Calcul du Flux thermique transmis par convection

$$\boxed{d\Phi = h\left(T_p - T_\infty\right)\pi\, D dx}$$

$$W = \frac{d\Phi}{dx} = h\left(T_m - T_p\right)\pi\, D = 15.7\ \ kW/m$$

Ecoulement autour d'un tube



Pour un gaz :

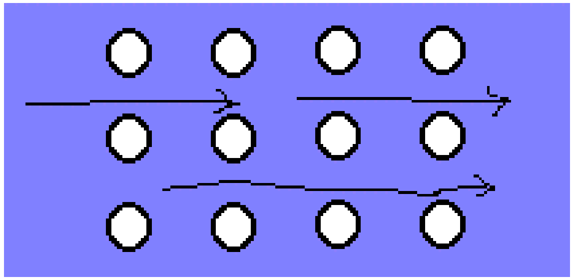
$$Nu = A \cdot \mathrm{Re}^m$$

Pour un liquide :

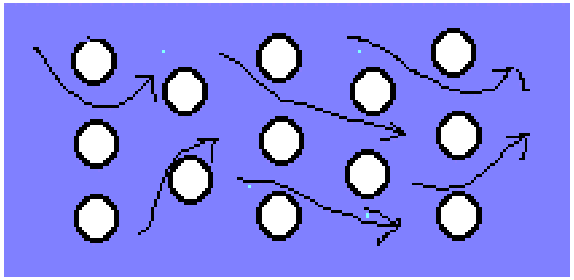
$$Nu = 1.11 \cdot A \cdot \mathrm{Re}^m \cdot \mathrm{Pr}^{0.31}$$

R_e	A	m
$1 < R_e < 4$	0.891	0.330
$4 < R_e < 40$	0.821	0.385
$40 < R_e < 4.10^3$	0.615	0.466
$4.10^3 < R_e < 4.10^4$	0.174	0.618
$4.10^4 < R_e < 4.10^5$	0.024	0.805

Cas des échangeurs à tubes



Faisceau aligné



Faisceau en quinconce

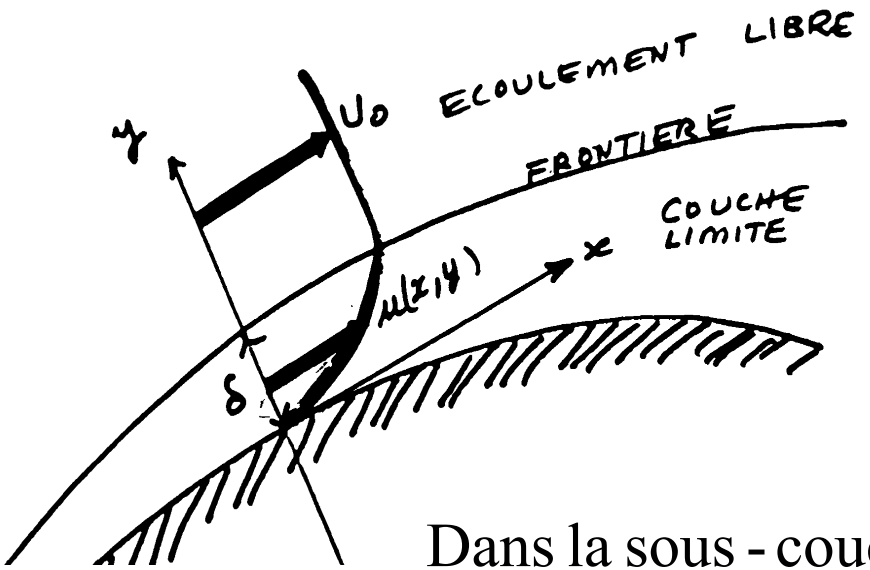
$$N_u = B \cdot (R_e)^{0.6} \cdot (P_r)^{0.33}$$

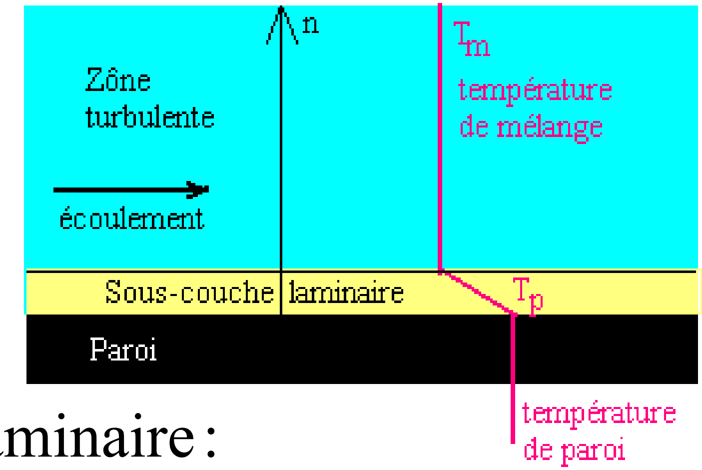
$$\text{Faisceau aligné} : B = 0.26$$

$$\text{Faisceau en quinconce} : B = 0.33$$

Exercice d'application

- Calculer la longueur de tube nécessaire à un échangeur air-eau
- Températures
- Air in = 800 °C
- Air out = 40°C
- Eau in = 15°C
- Eau out = 40°C
- Puissance moyenne fournie = 10 kW
- Diametre du tube= 10 mm





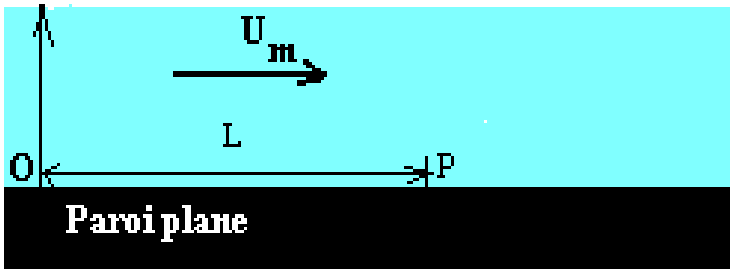
Dans la sous - couche laminaire :

$$\frac{d\Phi}{dS} = \frac{d^2Q}{dS\,dt} = -\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_{n=0}$$

$$d^2Q = h\left(T_p - T_m\right) dS\,dt$$

$$h = -\frac{\lambda}{T_p - T_m}\left(\frac{\partial T}{\partial n}\right)_{n=0} \quad [W / m^2 . {}^\circ K]$$

Cas d'une paroi plane – Régime laminaire



$$Re_L = \frac{\rho U_m L}{\mu}$$

$$\overline{Nu}_L = \frac{\overline{h} L}{\lambda}$$

Régime laminaire Re < 2000 :

$$\overline{Nu}_L = \frac{2}{3} (Re_L)^{0.5} (Pr)^{0.33}$$

Régime turbulent :

$$\overline{Nu}_L = 0{,}036 (Re_L)^{0.8} (Pr)^{0.33}$$

$$Gr = \frac{\alpha . g . D.^{3} \Delta T}{\gamma^{2}}$$

avec $\alpha =$ coefficient de dilatation volumique isobare du fluide

$$\alpha = \frac{1}{\mathrm{v}} \left(\frac{\partial \ \mathrm{v}}{\partial \ \mathrm{T}} \right)_{\mathrm{p = cte}}$$

Pour un fluide parfait $\alpha = \dfrac{1}{\mathrm{T}}$

$$Gr = \frac{\Delta T}{T} \cdot \frac{g . D^{3}}{\gamma^{2}}$$

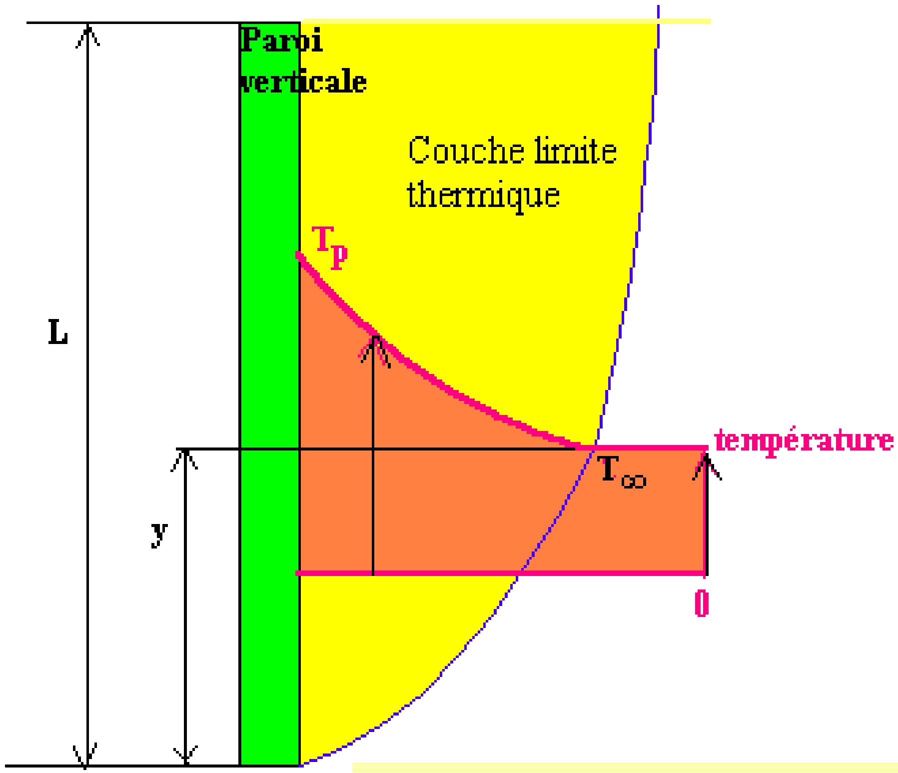
Rapport entre forces de poussée ascensionnelle dues à une différence de température et forces de viscosité

Nombre de Froude

$$Fr = \frac{U^2}{g.L}$$

- Rapport entre forces de viscosité, de gravité et d'inertie.

Couche limite de convection naturelle



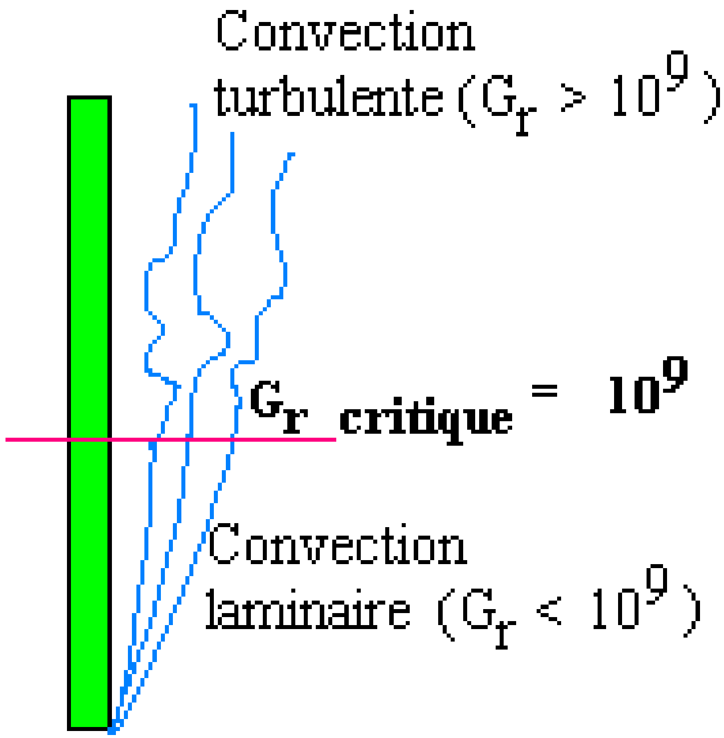
$$G_r = \frac{\alpha \ g \ \Delta T \rho^2 L^3}{\mu^2}$$

Forces de gravité
Par unité de volume

$$G_r = \frac{\alpha \ g \, \Delta T}{\left(\dfrac{\mu}{\rho}\right)^2 \dfrac{1}{L^3}}$$

Forces de frottement visqueux par unité de volume

Convection naturelle laminaire et turbulente



$$N_u = C\,(G_r \,.\, P_r)^n$$

calculés à la température moyenne, fluide - paroi

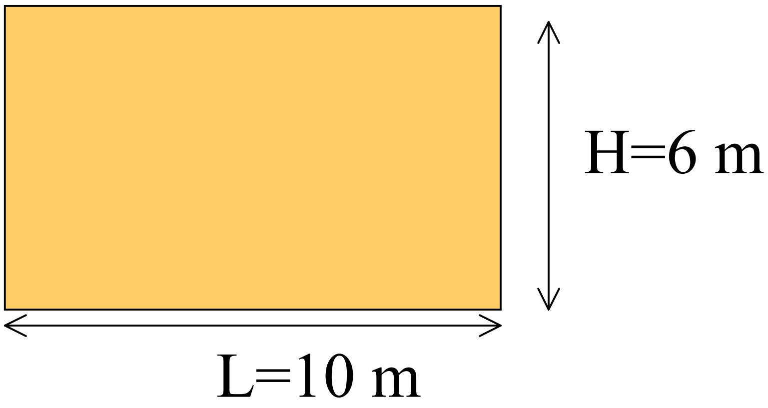
Laminaire : n = 1/4

Turbulent : n = 1/3

Facteur de forme C

Géométrie et orientation de la paroi	*Dimension caractéristique L*	*C en convection laminaire*	*C en convection turbulente*
Plaque verticale	Hauteur	0,59 ($10^4 < G_r.P_r < 10^9$)	0,13 ($10^9 < G_r.P_r < 10^{13}$)
Cylindre horizontal	Diamètre extérieur	0,53 ($10^3 < G_r.P_r < 10^9$)	0,10 ($10^9 < G_r.P_r < 10^{13}$)
Plaque horizontale chauffant vers le haut	Largeur	0,54 ($10^5 < G_r.P_r < 2.10^7$)	0,14 ($2.10^7 < G_r.P_r < 3.10^{10}$)
Plaque horizontale chauffant vers le bas	Largeur	0,27 ($3.10^5 < G_r.P_r < 3.10^{10}$)	0,07 ($3.10^{10} < G_r.P_r < 10^{13}$)

Exemple d'application: mur ensoleillé



Tp = 313°K

Ta = 293°K

Tm = 303°K

ρ = 1,149 kg/m3

λ = 0.0258 W/(m.K)

μ = 18.4 10^{-6} Pa.s

Cp = 1006 J/(kg.K)

$$\mathrm{Pr} = 0.72$$

$$Gr = 5.61.10^{11}$$

$$Ra = 4.02.10^{11}$$

$$Nu = 0.13.Ra^{0.333} = 960$$

$$h = \frac{Nu.\lambda}{L} = 4.13\ \mathrm{W/m^2\,°K}$$